XII Encuentro de Matemáticas Mar y Sierras
24 y 25 de Noviembre del 2024
Chapadmalal, Buenos Aires, Argentina

Integración multivariada mediante curvas que llenan el espacio

Ayrton Porto

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

E-mail: ayrporto@gmail.com

En 1890, Peano determinó una función continua y sobreyectiva,

$$P : [0, 1] \to [0, 1] \times [0, 1]$$

de manera tal que, partiendo del intervalo unitario $[0, 1]$, cubre el cuadrado unitario $[0, 1] \times [0, 1]$. Este tipo de curvas son conocidas propiamente como curvas que llenan el espacio o bien, curvas de Peano. Teniendo en cuenta el trabajo de Peano, muchos matemáticos ha logrado determinar diversas curvas que cumplen las mismas condiciones.
Dado que dichas curvas cubren el espacio, es posible pensar en diferentes técnicas de integración sobre estas curvas. Esto es, si existe una curva de Peano P tal que cubre un subconjunto $W \subset R^d$ entonces podemos integrar sobre el conjunto W de la siguiente manera:

$$\int_W f(y)d\nu(y) = \int_0^1 f(P(x))d\mu(x).$$

En la presente comunicación, veremos la construcción de una de estas curvas en particular y generalizaciones a $[0, 1]^d$. Asimismo, trataremos el siguiente teorema que será fundamental para poder integrar y que nos brinda una gran propiedad sobre la curva de Peano analizada.
Teorema. La curva de Peano posee conservación de medida.
Por lo que aplicando uno de los teoremas de conservación de medida para la integración, veremos que la curva es integrable y podremos integrar sobre los cuadrados unitarios.
A partir de ello veremos tres maneras distintas de integrar sobre conjuntos arbitrarios $W \subset \mathbb{R}^d$.

Referencias

1 P. Billingsley (1995). "Probability and Measure." University of Chicago, pp 215-216.

2 J. Munkres (2000). "Topology, Volumen 2." Prentice Hall, pp 310-313.

3 K. Buchin (2009). "Constructing Delaunay triangulations along space-filling curves." European Symposium on Algorithms, pp 9-10.

4 S. C. Milne (1980). "Peano Curves and Smoothness of Functions." Yale University, pp 139-157.

5 H. Sagan (1994). "Space-Filling Curves." Springer, pp 106-107.