Estudio de la variedad de álgebras de Heyting débiles con operadores y subvariedades.

S. A. Celani   A.L. Nagy *   H.J. San Martín

Las estructuras algebraicas ordenadas con operaciones adicionales resultan de grán interés en el estudio de lógicas no clásicas. En particular, en [1] se estudia la implicación estricta definida sobre retículos distributivos acotados, obteniendo así una variedad de álgebras cuyos miembros son llamados álgebras de Heyting débiles (o bien, WH-álgebras).

Un álgebra $\mathbf{A} = (A, \wedge, \vee, \rightarrow, 0, 1)$ de tipo $(2, 2, 2, 0, 0)$ se dirá *álgebra de Heyting débil* o *WH-álgebra*, si para cada $a, b, c \in A$ se satisfacen las siguientes condiciones:

1. $a \rightarrow a = 1$
2. $a \rightarrow (b \wedge c) = (a \rightarrow b) \wedge (a \rightarrow c)$
3. $(a \vee b) \rightarrow c = (a \rightarrow c) \wedge (b \rightarrow c)$ y
4. $(a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c) \leq a \rightarrow c$

Escribiremos WH para denotar la variedad de WH-álgebras. Dicha variedad de álgebras contiene propiamente a una gran cantidad de variedades de álgebras. En particular, estaremos interesados en las subvariedades de WH que se obtienen al considerar las siguientes ecuaciones:

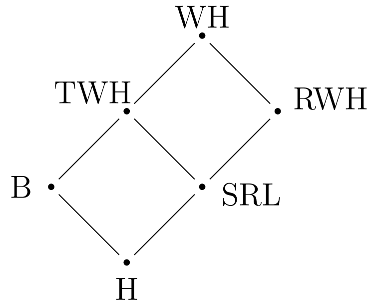
(R) $a \wedge (a \rightarrow b) \leq b$

(T) $a \rightarrow b \leq c \rightarrow (a \rightarrow b)$

(B) $a \leq 1 \rightarrow a$

Teniendo en cuenta las ecuaciones mencionadas, diremos que una WH-álgebra **A** es una RWH-álgebra (TWH-álgebra) si la ecuación R (T) es válida sobre **A**. Diremos que una RWH-álgebra **A** es un retículo subresiduado si la condición (T) es válida en **A**. Asimismo, diremos que una WH-álgebra **A** es un álgebra básica si satisface la condición (B). Un álgebra básica **A** se dirá álgebra de Heyting si la condición (R) es válida sobre **A**. Escribiremos RWH, TWH, SRL, B y H para indicar las subvariedades de RWH-álgebras, TWH-álgebras, retículos subresiduados, álgebras básicas y álgebras de Heyting respectivamente. Dichas subvariedades están ordenadas por la inclusión obteniendo el siguiente retículo de subvariedades de WH:

*Comunicador.



En esta comunicación presentaremos algunos resultados obtenidos para la representación de los miembros de diferentes subvariedades de la variedad WHO, cuyos miembros son WH-álgebras $\mathbf{A} = (A, \wedge, \vee, \rightarrow, \Box, \Diamond, 0, 1)$ dotadas de operadores unarios $\Box\colon A \rightarrow A$ y $\Diamond\colon A \rightarrow A$ que satisfaces las siguientes condiciones:

1. $\Box 1 = 1$
2. $\Box(a \wedge b) = \Box a \wedge \Box b$
3. $\Diamond 0 = 0$
4. $\Diamond(a \vee b) = \Diamond a \vee \Diamond b$

Teniendo en cuenta que el reducto no modal de cada WHO-álgebra es una WH-álgebra se sigue que la variedad WHO es una generalización de la variedad de álgebras de Heyting modales, la cuales tienen gran relevancia en el estudio de semánticas algebraicas para la lógica intucionista modal (ver [2, 3, 4] entre otros). En particular, buscaremos establecer la representación de dichas álgebras por medio de ciertas estructuras relacionales y estudiaremos la conexión que existe entre ecuaciones y condiciones de primer orden, generalizando los resultados ya conocidos obtenidos para álgebras de Heyting modales.

Referencias

[1] CELANI, S., AND JANSANA, R. Bounded distributive lattices with strict implication. *Math. Log. Q. 51* (05 2005), 219–246.

[2] FISCHER SERVI, G. Axiomatizations for some intutionistic modal logics. *Rend. Sem. Mat. Univers. Politecn. Torino*, 42 (1984), 179–194.

[3] HASIMOTO, Y. Finite model property for some intuitionistic modal logics. *Bulletin of the Section of Logic 30*, 2 (2001), 87–97.

[4] PALMIGIANO, A. Dualities for intuitionistic modal logics. *In Liber Amicorum for Dick de Jongh, Institute for Logic, Language and Computation, University of Amsterdam,* (2004), 151–197.